

Enstitüsü : Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Anabilim Dalı : Matematik ve Bilgisayar Bilimleri

Programı : Matematik Doktora

Tez Danışmanı : Dr. Öğr. Üyesi Mehmet Fatih UÇAR

Tez Türü ve Tarihi : Doktora - Şubat 2025

ÖZET

KİSMİ TÜREVLİ DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN DERİN ÖĞRENME VE MAKİNE ÖĞRENMESİ ALGORİTMALARI İLE SAYISAL ÇÖZÜMLERİ

Burcu Ece ALP

Diferansiyel denklemler, hesaplamalı bilimlerde çeşitli doğa olayların modellenmesinde kullanılmaktadır. Sayısal yöntemler bu tür denklemleri çözmek için bir seçenek olmuştur. Yarı analitik ve yakınsak çözüm fonksiyonları da, sayısal çözümler gibi bir çok araştırmacı tarafından tercih edilmektedir. Makine öğrenmesi ve derin öğrenme yöntemlerinin alt başlığı olan yapay sinir ağları, çeşitli diferansiyel denklem türlerini çözerek sürekli çözüm fonksiyonları oluşturmak için giderek daha fazla kullanılmaktadır.

Bu tezde, kısmi türevli diferansiyel denklemleri derin öğrenme ve makine öğrenimi algoritması ile modellemek için fizikle öğrenen sinir ağları (PINN) metodu kullanılmaktadır. PINN rezidü, başlangıç ve sınır koşulu parçalarından oluşan fiziksel kayıp fonksiyonunu en az indirmek için eğitilerek kısmi diferansiyel denkleme yaklaşık çözümler üretmektedir.

Sonlu bir alan üzerinde değişken katsayılı kesirli difüzyon denklemlerini, diferansiyel denklem sistemlerinin sayısal çözümlerinde PINN metodunun uygulanabilirliği gösterilecektir. Oluşan hata analizine göre, mevcut PINN yönteminin dikkate alınan hesaplama uzay-zaman alanında doğru çözümler sağlayabildiği sunulacaktır.

Anahtar Kelimeler : kısmi türevli diferansiyel denklemler, PINN, kesirli kısmi diferansiyel denklemler, derin öğrenme, makine öğrenimi, diferansiyel denklem sistemleri

University : İstanbul Kültür University
Institute : Institute of Graduate Studies
Department : Mathematics and Computer Science
Programme : Mathematics
Supervisor : Dr. Mehmet Fatih UCAR
Degree Awarded and Date : PHD - February 2025

ABSTRACT

NUMERICAL SOLUTIONS OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH DEEP LEARNING AND MACHINE LEARNING ALGORITHMS

Burcu Ece ALP

In the domain of computational sciences, differential equations play a pivotal role in the modeling of diverse natural phenomena. Numerical methods have emerged as a prevalent approach for addressing these equations. Researchers have demonstrated a strong predilection for semi-analytic and convergent solution functions, along with a preference for numerical solutions. A notable trend in recent times has been the increased utilization of artificial neural networks, a subfield of machine learning and deep learning methods, for generating continuous solution functions through the solution of various types of differential equations.

In this thesis, the physics learning neural network (PINN) method is employed to model partial differential equations with deep learning and machine learning algorithms. The PINN model is trained to minimize the physical loss function, which consists of residual, initial, and boundary condition components, thereby producing approximate solutions to the partial differential equation.

The efficiency of the PINN method in numerical solutions of systems of differential equations, including fractional diffusion equations with variable coefficients over a finite domain, will be demonstrated. A detailed error analysis will be conducted to demonstrate the efficacy of the existing PINN method in producing accurate solutions within the specified computational space-time domain.

Keywords : partial differential equation, physics informed neural networks, fractional partial differential equations, deep learning, machine learning, system of differential equations.